



# Střední průmyslová škola technická a Střední odborné učiliště technické, Třebíč, Manželů Curieových 734

## Maturitní písemné práce z matematiky

Školní rok: 2003/2004

Třída: TLY4

### VARIANTA B

**Pokyny pro řešení:** Příklady 1 a 2 jsou povinné, z příkladů 3 až 6 si vyberte další dva příklady.  
Na čístopise budou tedy čtyři řešené příklady.

1. Je dán výraz:

$$V(x) = \left[ \frac{1}{x^2 + 3x + 2} - \frac{2}{(x+1)^2} + \frac{1}{x+2} \right] \cdot \frac{(x+1)^2}{x-2} \cdot \frac{x^3 + 2x^2 + x + 2}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$$

- Pro která reálná čísla  $x$  má výraz  $V$  smysl?
  - Daný výraz zjednodušte.
  - Sestrojte graf funkce dané předpisem  $V(x)$ , určete průsečíky grafu funkce s pravoúhlými souřadnými osami a vlastnosti funkce.
2. Výkop má průřez rovnoramenného lichoběžníku, jehož delší základna měří 2,5m. Hloubka příkopu je 0,6m. Sklon stěn výkopu je  $45^\circ$ . Kolikrát musí jet plně naložené auto (nosnost 3 t, spotřeba benzínu 17 l / 100 km), aby odvezlo zeminu z výkopu, jehož délka je 60 m. O kolik levnější by byl odvoz zeminy traktorem s přívěsem nosnost 5 t, spotřeba nafty 30 l / 100 km), počítáme-li cenu nafty 22 Kč a cenu benzínu 24,50 Kč. Zemina se odváží do vzdálenosti 30 km. Jedna tuna zeminy zaujímá objem  $0,6 \text{ m}^3$ . Auto i traktor se vrátí zpět k výkopu.

3. Vedlejší vrchol elipsy se středem v bodě  $[0,0]$ , hlavní osou rovnoběžnou s osou  $x$  má souřadnice  $[0; \sqrt{39}]$  a vzdálenost jejich ohnisek  $d = 10$  j. Určete:

- Středovou rovnici dané elipsy.
  - Souřadnice hlavních vrcholů A, B elipsy a ohnisek E, F.
  - Objem elipsoidu, který vznikne rotací dané elipsy kolem osy  $x$ .
  - Napište rovnici paraboly, jejímž vrcholem je střed dané elipsy a ohniskem je ohnisko elipsy. (Najděte všechna řešení.)
4. a) Zapište kvadratickou rovnici s reálnými koeficienty, jestliže jeden její kořen je

$$x_1 = (-2 - i)^2 \cdot i^3 - \frac{10}{3 - i} \cdot i^9$$

b) Pro která  $s \in \mathbf{R}$  má rovnice  $(s-1)x^2 - (5s-2)x + 2s-1 = 0$  s neznámou  $x$  komplexní kořeny?

c) Pomocí Moivreovy věty vypočítejte  $z = \left( \frac{i^6 - 1}{i^7 + 1} \right)^{11}$  a zapište výsledek v algebraickém tvaru.

d) Řešte v  $\mathbf{C}$  rovnici:  $x^2 + 5ix - 3x - 4 - 8i = 0$

5. Dokažte, že tečna hyperboly  $xy = \frac{a^2}{2}$  tvoří s jejími asymptotami trojúhelník, který má stálý obsah  $P = a^2$ .

6. Do rovnostranného trojúhelníku ABC o straně  $a$  je vepsán čtverec KLMN tak, že strana KL je částí úsečky AB. Úsečka KL je pak stranou dalšího rovnostranného trojúhelníku, kterému je opět stejným způsobem vepsán čtverec atd. Vypočítejte: a) součet obsahů všech takto vzniklých čtverců  
b) součet obsahů všech takto vzniklých trojúhelníků.

Schváleno předmětovou komisí  
dne:.....

.....  
předseda předmětové komise

.....  
Ing. Miroslav Votinský  
ředitel SPŠT a SOUT